

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: جوان 2015

الشعبة: علوم تجريبية

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأولالتمرين الأول: (04,5 نقطة)

- في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ؛
 نعتبر النقط $A(2;1;0)$ ، $B(1;2;2)$ ، $C(3;3;1)$ و $D(1;1;4)$.
 (1) تحقق أن النقط A ، B و C تعين مستويا وأن $x - y + z - 1 = 0$ معادلة ديكارتية له.
 (2) بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع ، ثم تحقق أن مساحته هي $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ وحدة مساحة.
 (3) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) العمودي على المستوي (ABC) والذي يشمل النقطة D .
 (4) النقطة E هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC)
 أ) عين إحداثيات النقطة E ثم احسب المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC) .
 ب) عين مركزي سطحي الكرتين اللذين يمسان (ABC) في النقطة E ونصف قطر كل منهما $\sqrt{3}$.
 (5) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

التمرين الثاني: (04,5 نقطة)

- (I) عين العددين المركبين α و β حيث :
$$\begin{cases} 2\alpha - \beta = -3 \\ 2\bar{\alpha} + \bar{\beta} = -3 - 2i\sqrt{3} \end{cases}$$
 مع $\bar{\alpha}$ مرافق α و $\bar{\beta}$ مرافق β .
 (II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، A ، B و C النقط التي لاحقاتها على الترتيب:

$$z_A = z_C \cdot e^{i\frac{\pi}{3}} \quad \text{و} \quad z_B = \bar{z}_A \quad , \quad z_A = -\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

(1) أ) اكتب z_C و z_A على الشكل الأسّي ثم عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقيا سالبا.

ب) تحقق أن العدد المركب $2\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2015} + \left(\frac{z_B}{\sqrt{3}}\right)^{1962} - \left(\frac{z_C}{\sqrt{3}}\right)^{1435}$ حقيقي.

(2) D النقطة ذات اللاحقة $z_D = 1 + i$.

أ) حدّد النسبة وزاوية التشابه المباشر S الذي مركزه O ويحول D إلى A .



(ب) اكتب $\frac{z_A}{z_D}$ على الشكل الجبري ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من: $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

(3) عيّن مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق: $z = k(1+i)e^{i\left(\frac{7\pi}{12}\right)}$ حيث k يسمح \mathbb{R}^+ .

التمرين الثالث: (04,5 نقطة)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = e^2 - 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = (1+u_n)e^{-2} - 1$.

(1) احسب u_1 ، u_2 و u_3 .

(2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1+u_n > 0$.

(3) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة. هل هي متقاربة؟ علّل.

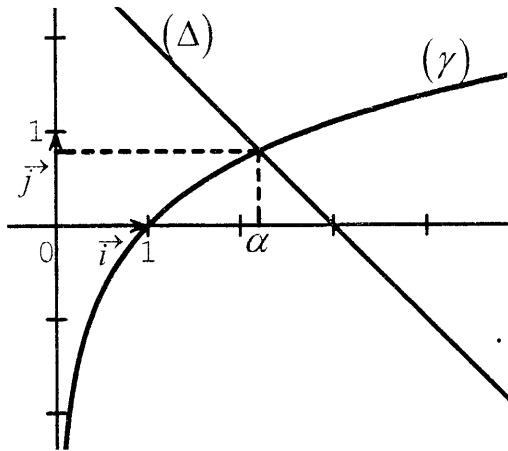
(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = 3(1+u_n)$.

(أ) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

(ب) اكتب u_n و v_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(ج) بين أنه من أجل كل n من \mathbb{N} : $\ln v_0 + \ln v_1 + \dots + \ln v_n = (n+1)(-n+2+\ln 3)$.

التمرين الرابع: (06,5 نقطة)



المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(I) (γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln x$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة

$y = -x + 3$; α هي فاصلة نقطة تقاطع (Δ) و (γ).

(1) بقراءة بيانية حدّد وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ) على $]0; +\infty[$.

(2) g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x - 3 + \ln x$.

استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

(3) تحقق أن: $2,2 < \alpha < 2,3$.

(II) f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)(\ln x - 2)$ و (C_f) تمثيلها البياني.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

(2) أثبت أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$; ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(3) بين أن: $f(\alpha) = \frac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$; ثم استنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$.

(4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل؛ ثم أنشئ (C_f) على المجال $]0; e^2]$.

(III) F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$ والتي تحقق: $F(1) = -3$.

(1) بين أن منحنى الدالة F يقبل مماسين موازيين لحامل محور الفواصل في نقطتين يُطلب تعيين فاصلتيهما.

(2) بين أن $x \mapsto x \ln x - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على $]0; +\infty[$; ثم استنتج عبارة الدالة F .



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ؛

نعتبر النقط $A(2; 4; 1)$ ، $B(0; 4; -3)$ ، $C(3; 1; -3)$ و $D(1; 0; -2)$.

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة من الحالات الآتية:

(1) النقط A ، B و C ليست في استقامية.

(2) $2x + 2y - z - 11 = 0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

(3) النقطة $E(3; 2; -1)$ هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC) .

(4) المستقيمان (AB) و (CD) من نفس المستوي.

(5) تمثيل وسيطي للمستقيم (CD) .

$$\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t - 1 \\ z = -t - 1 \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

(6) يوجد عدنان حقيقيان α و β حيث النقطة $I\left(\frac{3}{5}; 4; -\frac{9}{5}\right)$ مرجح الجملة $\{(A; \alpha), (B; \beta)\}$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها على

الترتيب: z_A ، z_B و z_C حيث: $z_A = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_B = -\overline{z_A}$ و $z_C = -(z_A + z_B)$ ، (z_A) هو مرافق (z_A) .

(أ) اكتب كلا من العددين المركبين z_B و z_C على الشكل الأسّي .

(ب) استنتج أن النقط A ، B و C تنتمي إلى دائرة (γ) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

(ج) أنشئ الدائرة (γ) والنقط A ، B و C .

(2) (أ) تحقق أن: $\frac{z_B - z_C}{z_B - z_A} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$.

(ب) استنتج أن المثلث ABC متقايس الأضلاع وأن النقطة O مركز ثقل هذا المثلث.

(ج) عيّن وأنشئ (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $|z| = |z - \sqrt{3} - i|$.

(3) (أ) عيّن زاوية للدوران r الذي مركزه O ويحول C إلى A .

(ب) أثبت أن صورة (E) بالدوران r هي محور القطعة $[OB]$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(I) f الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{4x+1}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

(1) عيّن اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; +\infty[$.

(2) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D) ذي المعادلة $y = x$.

(3) مثل (C_f) و (D) على المجال $[0;6]$.

(II) نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على N كما يلي: $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0 = 5 \\ v_{n+1} = f(v_n) \end{cases}$

(أ) أنشئ على حامل محور الفواصل الحدود: u_0, u_1, u_2 و u_3 ؛ v_0, v_1, v_2 و v_3 دون حسابها.

(ب) خمن اتجاه تغير وتقارب كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n) .

(2) (أ) أثبت أنه من أجل كل n من N : $2 \leq u_n < \alpha$ و $\alpha < v_n \leq 5$ حيث: $\alpha = \frac{3+\sqrt{13}}{2}$.

(ب) استنتج اتجاه تغير كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n) .

(3) (أ) أثبت أنه من أجل كل n من N : $v_{n+1} - u_{n+1} \leq \frac{1}{3}(v_n - u_n)$.

(ب) بين أنه من أجل كل n من N : $0 < v_n - u_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$.

(ج) استنتج أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n - u_n) = 0$ ؛ ثم حدّد نهاية كل من (u_n) و (v_n) .

التمرين الرابع: (06 نقاط)

(I) g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = 1 - 2x - e^{2x-2}$.

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على \mathbb{R} .

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في \mathbb{R} ، ثم تحقق أن: $0,36 < \alpha < 0,37$.

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .

(II) f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = xe^{2x+2} - x + 1$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(I) (أ) بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f'(x) = e^{2x+2} g(-x)$.

(ب) استنتج أن الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty; -\alpha]$ و متزايدة تماما على $[-\alpha; +\infty[$.

(2) احسب نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(3) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x - 1]$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

(4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = -x + 1$.

(5) أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $\left]-\infty; \frac{1}{2}\right]$ ، نأخذ $f(-\alpha) \approx 0,1$.

(6) (أ) تحقق أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $2f(x) + f'(x) - f''(x) = 1 - 2x - 3e^{2x+2}$.

(ب) استنتج دالة أصلية للدالة f على \mathbb{R} .

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة		
04,5 نقطة		التمرين الأول: (04,5 نقطة)	
	0,75	1. النقط A ، B و C ليست في استقامية لأن $\overline{AB}(-1;1;2) \wedge \overline{AC}(1;2;1)$	
	0,5	إحداثيات النقط تحقق المعادلة $x - y + z - 1 = 0$	
	0,5	2. المثلث ABC متقايس الأضلاع ، $AB = AC = BC = \sqrt{6}$	
	0,5	$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{3\sqrt{3}}{2} ua$	
	0,5	3. التمثيل الوسيطى للمستقيم (Δ) هو: $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=4+t \end{cases} ; (t \in \mathbb{R})$	
	0,5	4. أ. $E(0;2;3)$ ومنه $E \in (\Delta) \cap (ABC)$	
	0,5	$ED = \sqrt{3}$ أو $d(D; (ABC)) = \sqrt{3}$	
	0,25	ب. المركزان هما D و $D'(-1;3;2)$ نظيرة D بالنسبة إلى E	
0,5	5. $V_{ABCD} = \frac{3}{2} uv$		
04,5 نقطة		التمرين الثاني: (04,5 نقطة)	
	0,5	$\beta = i\sqrt{3}$ ، $\alpha = -\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ (I)	
	0,75	1. (II) أ. $z_C = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_A = \sqrt{3}e^{i\frac{5\pi}{6}}$	
	0,25	ومنه $\frac{n\pi}{3} = (2k+1)\pi$ ؛ $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n = e^{i\frac{n\pi}{3}}$ $n = 6k+3; k \in \mathbb{N}$	
	0,25	ب. $2\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2015} + \left(\frac{z_B}{\sqrt{3}}\right)^{1962} - \left(\frac{z_C}{\sqrt{3}}\right)^{1435} = -\sqrt{3} - 1$ وهو عدد حقيقي	
	0,75	2. أ. $\frac{z_A}{z_D} = \sqrt{\frac{3}{2}}e^{i\frac{7\pi}{12}} = \frac{\sqrt{6}}{2}e^{i\frac{7\pi}{12}}$ ؛ النسبة $\frac{\sqrt{6}}{2}$ و $\frac{7\pi}{12}$ زاوية له	
	0,75	ب. $\frac{z_A}{z_D} = \frac{\sqrt{3}-3}{4} + i\frac{\sqrt{3}+3}{4}$	
	1	$\sin \frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ ، $\cos \frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$	
	0,25	3. مجموعة النقط M هي نصف مستقيم $[OA)$ $(z = \sqrt{2}ke^{i\frac{5\pi}{6}})$ مع $k \in \mathbb{R}^+$	

العلامة		عناصر الإجابة	تابع للموضوع الأول
مجموع	مجزأة		
4,50 نقطة		التمرين الثالث: (04,5 نقطة)	
	1	1. $u_1 = 0$ ، $u_2 = e^{-2} - 1$ و $u_3 = e^{-4} - 1$.	
	0,75	2. إثبات أن: $1 + u_n > 0$ باستعمال البرهان بالتراجع	
	0,5	3. (u_n) متناقصة تماما ومنه $u_{n+1} - u_n = (e^{-2} - 1)(1 + u_n) < 0$	
	0,25	(u_n) متقاربة لأنها متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل بالعدد -1	
	01	4. أ - $v_{n+1} = e^{-2} v_n$ ومنه (v_n) متتالية هندسية ، $q = e^{-2}$ ، $v_0 = 3e^2$.	
	0,25	ب - $v_n = 3e^{-2n+2}$	
	0,25	$u_n = e^{-2n+2} - 1$	
	0,25	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -1$	
	0,25	ج - $\ln v_0 + \ln v_1 + \dots + \ln v_n = (n+1)(\ln 3 + 2 - n)$	
06,5 نقطة		التمرين الرابع: (06,5 نقطة)	
	0,5	I 1. الوضع النسبي لـ (γ) و (Δ)	
	0,5	2. $g(x) < 0$ لـ $x \in]0; \alpha[$ و $g(x) > 0$ لـ $x \in]\alpha; +\infty[$ و $g(\alpha) = 0$	
	1	3. $g(2,2) \approx -0,0115$ ، $g(2,3) \approx 0,13$ ومنه $g(2,2) \times g(2,3) < 0$	
	0,5	II 1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$	
	0,5	2. التحقق من $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$	
	0,25	جدول التغيرات	
	0,5	3. $f(\alpha) = \frac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$	
	0,25	$-0,768 < f(\alpha) < -0,626$ يقبل أي حصر صحيح	
	0,75	4. (C_f) فوق محور الفواصل على كل من $]0; 1[$ و $]e^2; +\infty[$ وتحت على $]1; e^2[$ ويتقاطعان في النقطتين ذات الفاصلتين 1 و e^2 .	
	0,5	إنشاء المنحنى على المجال $]0; e^2[$	
	0,25	III 1. $F'(x) = f(x) = 0$ ومنه $x = 1$ أو $x = e^2$.	
	0,5	2. $u(x) = x \ln x - x$ ومنه $u'(x) = \ln x$	
	0,5	عبارة $F(x) = (2+x) \ln x - \frac{1}{2}(\ln x)^2 - 3x$: $F(x)$	

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة		
04 نقاط		التمرين الأول: (04 نقاط)	
	0,75	1. صحيح : $\overline{AB}(-2;0;-4) \wedge \overline{AC}(1;-3;-4)$	
	0,75	2. صحيح : إحداثيات النقط تحقق المعادلة $2x + 2y - z - 11 = 0$	
	0,75	3. خطأ : الشعاع $\overline{DE}(2;2;1)$ ليس ناظميا للمستوي (ABC)	
	0,5	4. خطأ : D لا تنتمي إلى المستوي (ABC)	
	0,75	5. صحيح : إحداثيات النقطتين C و D تحقق التمثيل الوسيط	
	0,5	6. صحيح : لأن النقط A, B, I في استقامية أو $(3\overline{IA} + 7\overline{IB} = \overline{0})$	
05 نقاط		التمرين الثاني: (05 نقاط)	
	1	1. أ. $z_C = 2e^{i\frac{3\pi}{2}} = 2e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_B = 2e^{i\frac{5\pi}{6}}$	
	0,5	ب. $ z_A = z_B = z_C = 2$ إذا A, B, C تنتمي إلى (γ) التي مركزها O ونصف قطرها 2	
	0,5	ج. - الإنشاء	
	0,75	2. أ. التحقق أن: $\frac{z_B - z_C}{z_B - z_A} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$	
	0,5	ب. - المثلث متقايس الأضلاع $(\overline{AB}; \overline{CB}) = -\frac{\pi}{3}$ و $AB = BC$	
	0,25	O مركز ثقله $(z_A + z_B + z_C = 0)$ أو مركز الدائرة المحيطة به هي مركز ثقله	
	0,75	ج. - (E) هي محور $[OA]$ مع الإنشاء	
	0,5	3. أ. $\frac{z_A}{z_C} = e^{i\frac{2\pi}{3}}$ إذا $\frac{2\pi}{3}$ زاوية للدوران r .	
0,25	ب. $r(A) = B$ و $r(O) = O$ و r يحافظ على المنتصفات وعلى التعامد ومنه صورة (E) هي محور $[OB]$ بـ r أو أية طريقة أخرى.		
03 نقاط		التمرين الثالث: (05 نقاط)	
	0,5	1. (I) f متزايدة تماما على $[0; +\infty[$	
	0,5	2. $f(x) - x = \frac{-x^2 + 3x + 1}{x + 1}$ حيث $f(\alpha) = \alpha$ ، $\alpha = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$ على $]0; \alpha[$ ، (C_f) فوق (D) ؛ وعلى $[\alpha; +\infty[$ ، (C_f) تحت (D) ويتقاطعان في $A(\alpha; \alpha)$.	
	0,75	3. الرسم	
	0,75	1. (II) أ. تمثيل الحدود	
	0,5	ب. (u_n) متزايدة تماما ومقاربة ؛ (v_n) متناقصة تماما ومقاربة	

العلامة		عناصر الإجابة	تابع للموضوع الثاني
مجموع	مجزأة		
02 نقاط	0,5	2. أ - إثبات بالتراجع لكل n من N : $2 \leq u_n < \alpha$ و $\alpha < v_n \leq 5$ أو أية طريقة أخرى	
	0,5	ب - استنتاج اتجاه التغير	
	0,25	3. أ - إثبات $v_{n+1} - u_{n+1} \leq \frac{1}{3}(v_n - u_n)$	
	0,25	ب - تبيان $0 < v_n - u_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$	
	0,25	ج - استنتاج $\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n - u_n) = 0$	
	0,25	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \alpha$	
06 نقاط		التمرين الرابع (06 نقاط)	
	0,75	1. (I) $g'(x) = -2(1 + e^{2x-2}) < 0$ ومنه g متناقصة تماما على \mathbb{R}	
	0,5	2. g مستمرة متناقصة تماما على \mathbb{R} و $g(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$	
	0,5	$g(0,37) \approx -0,02$ ؛ $g(0,36) \approx 0,002$	
	0,5	3. $g(x) < 0$ لـ $x \in]\alpha; +\infty[$ و $g(x) > 0$ لـ $x \in]-\infty; \alpha[$ و $g(\alpha) = 0$	
	0,5	1. (II) أ - $f'(x) = e^{2x+2} g(-x)$	
	0,25	ب - $g(-x) < 0$ لـ $x \in]-\infty; -\alpha[$ و $g(-x) > 0$ لـ $x \in]-\alpha; +\infty[$ و $f'(-\alpha) = 0$	
	0,25	f متناقصة تماما على $]-\infty; -\alpha[$ ومتزايدة تماما على $]-\alpha; +\infty[$.	
	0,5	2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	
	0,25	جدول التغيرات	
	0,25	3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x - 1) = 0$	
	0,25	(C_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y = -x + 1$	
	0,25	4. (C_f) فوق (Δ) على $]0; +\infty[$ وتحت على $]-\infty; 0[$	
	0,5	5. إنشاء (Δ) و (C_f)	
	0,5	6. أ - لكل x من \mathbb{R} : $2f(x) + f'(x) - f''(x) = 1 - 2x - 3e^{2x+2}$	
	0,25	ب - $F(x) = \frac{1}{2} \left[-f(x) + f'(x) + x - x^2 - \frac{3}{2}e^{2x+2} \right]$ أي $F(x) = \frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{2} \right) e^{2x+2} - \frac{1}{2}x^2 + x - 1$ حيث: F دالة أصلية لـ f على \mathbb{R} .	

ملاحظة: تقبل وتراعى جميع الطرق الصحيحة الأخرى مع التقيد التام بسلم التنقيط.